

## Experiência de Millikan

### CONFIRMAÇÃO DO VALOR DA CARGA ELEMENTAR COM AUXÍLIO DE GOTÍCULAS DE ÓLEO CARREGADAS SEGUNDO MILLIKAN

- Geração e seleção de gotículas carregadas adequadas e observação no campo elétrico
- Medição da velocidade de ascensão no campo elétrico e da velocidade de descida sem campo elétrico
- Confirmação do valor da carga elementar

UE5010400

08/16 UD



Fig. 1: Aparelho de Millikan

## FUNDAMENTOS GERAIS

*Robert Andrews Millikan* conseguiu, nos anos de 1910 até 1913, confirmar a carga elementar com uma precisão até então inédita e, assim, confirmar a quantização da carga. Por isto, ele recebeu o Prêmio Nobel de Física. A experiência que leva seu nome baseia na medição da quantidade de carga de gotículas de óleo carregadas, que ascendem

no ar no campo elétrico de um capacitor de placas e descem sem campo elétrico. O valor por ele descoberto  $e = (1,592 \pm 0,003) \cdot 10^{-19} \text{ C}$  só difere em 0,6% do valor conhecido hoje.

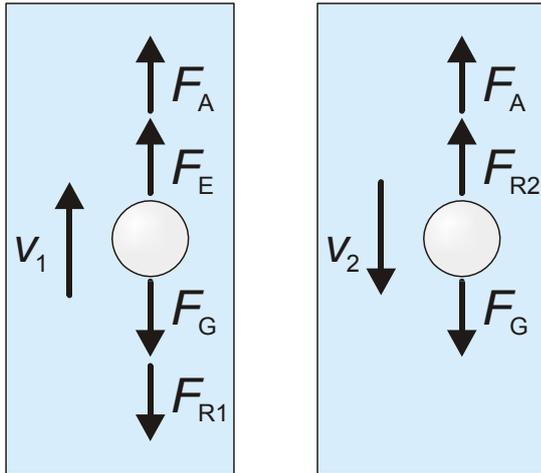


Fig. 2: Representação esquemática do balanço de forças para a ascensão de uma gotícula de óleo no campo elétrico (esquerda) e a queda sem campo elétrico (direita).

As forças que agem sobre uma gotícula de óleo que é assumida em forma de esfera e se encontra no ar no campo elétrico de um capacitor de placas (fig. 2), é a força da gravidade,

$$(1) F_G = m_2 \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_2 \cdot g,$$

$m_2$ : massa da gotícula de óleo,  $r_0$ : raio da gotícula de óleo,  $\rho_2$ : densidade do óleo,  $g$ : aceleração da gravidade

a força ascendente no ar,

$$(2) F_A = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_0^3 \cdot \rho_1 \cdot g,$$

$\rho_1$ : densidade do ar

a força no campo elétrico  $E$ ,

$$(3) F_E = q_0 \cdot E = \frac{q_0 \cdot U}{d},$$

$q_0$ : carga da gotícula de óleo,  $U$ : tensão elétrica aplicada entre as placas do capacitor,  $d$ : distância entre as placas do capacitor

e a força do atrito de Stokes

$$(4) F_{R1,2} = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_0 \cdot v_{1,2}.$$

$\eta$ : viscosidade do ar,  $v_1$ : velocidade de ascensão,  $v_2$ : velocidade de queda

Na ascensão da gotícula de óleo no campo elétrico, predomina o equilíbrio de forças (fig. 2)

$$(5) F_G + F_{R1} = F_E + F_A$$

e, na queda sem campo elétrico

$$(6) F_G = F_{R2} + F_A.$$

Disso, deriva-se, para o raio e a carga da gotícula de óleo:

$$(7) r_0 = \sqrt{\frac{9}{2} \cdot \frac{\eta \cdot v_2}{(\rho_2 - \rho_1) \cdot g}}$$

e

$$(8) q_0 = \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d \cdot (v_1 + v_2)}{U} \cdot r_0.$$

Raios  $r_0$  muito pequenos estão na ordem de grandeza do comprimento médio do caminho livre das moléculas do ar, de forma que a força do atrito de Stokes precisa ser corrigida. Para o raio corrigido  $r$  e a carga corrigida  $q$ , resulta:

$$(9) r = \sqrt{r_0^2 + \frac{A^2}{4}} - \frac{A}{2} \text{ com } A = \frac{b}{p}$$

$b = 82 \mu\text{m} \cdot \text{hPa} = \text{constante}$ ,  $p$ : pressão do ar

$$(10) q = q_0 \cdot \left(1 + \frac{A}{r}\right)^{-1.5}.$$

### LISTA DE APARELHOS

1	Aparelho de Millikan @230V	1018884 (U207001-230)
ou		
1	Aparelho de Millikan @115V	1018882 (U207001-115)

### COLOCAÇÃO EM OPERAÇÃO

- Montar o Aparelho de Millikan em local de experiência plano.
- Girar o ajuste vertical no sentido horário até o final (vide Fig. 3).
- Levantar o microscópio de medição até o final sobre a haste do suporte do aparelho de base e fixar com o parafuso borboleta na parte inferior.
- Levantar o microscópio de medição bem para a frente por meio dos ajustes de foco e, com auxílio do ajuste vertical, direcionar aproximadamente para a janela de observação na câmara de experiência.
- Abrir a tampa da câmara de experimentação, colocar o nível de bolha de ar na placa superior do capacitor de placas e ajustar a orientação horizontal com auxílio dos pés de apoio.

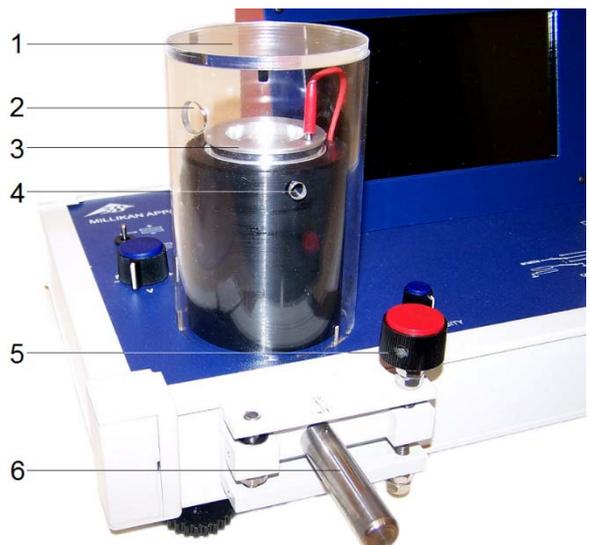


Fig. 3 Câmara de experiência: 1 Tampa, 2 Encaixe para atomizador de óleo, 3 Placa superior do capacitor, 4 Janela de observação, 5 Ajuste vertical para cabeça do microscópio, 6 Haste do suporte para microscópio de medição

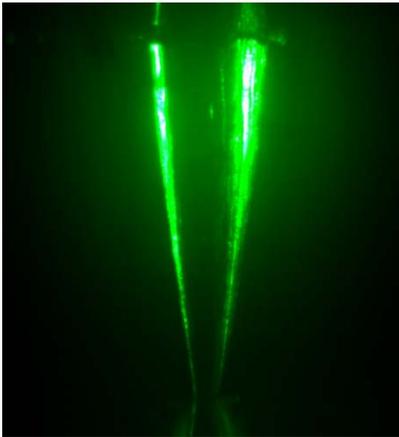


Fig.4 Vista pelo microscópio de medição para a agulha de medição nítida

- Colocar a agulha de ajuste na placa superior do capacitor de placas e ajustar a nitidez do microscópio para a agulha (vide Fig. 4). Selecionar a intensidade de luz adequada para isto e ajustar a altura do microscópio de medição por meio do ajuste vertical.
- Remover a agulha de ajuste e fechar novamente a câmara de experiência.
- Encher o atomizador de óleo até cerca da metade com óleo de Millikan e colocar cuidadosamente no encaixe na câmara de experiência.

## EXECUÇÃO

### Ligar unidade de indicação e operação

- Conectar o Aparelho de Millikan à rede por meio da fonte.
- A unidade de indicação e operação estará pronta para operação imediatamente após a conexão do Aparelho de Millikan.
- Clicar no botão "selecionar" para chegar até o menu de seleção de idioma.
  - Selecionar o idioma desejado clicando no botão correspondente e clicando no botão "inserir". O retorno para o menu principal é automático.
  - No menu principal, clicar no botão "Continuar", para chegar ao menu de medição.

### Otimização da intensidade da luz

- Olhar pelo microscópio de medição para dentro da célula de medição (o espaço entre as placas do capacitor) e ajustar uma intensidade de luz adequada. Se for o caso, ajustar a intensidade da luz durante a medição.

### Geração, seleção e observação de gotículas carregadas

- Por meio de um aperto curto e forte do bulbo, gerar gotículas de óleo carregadas e borrifá-las para dentro da célula de medição.

### Orientação:

A situação casual da carga da gotícula de óleo carregada gerada desta forma não sofrerá mais influência externa a seguir. O Aparelho de Millikan, portanto, não depende de fonte de radiação radioativa. Como na montagem de Millikan, as gotículas de óleo são introduzidas por cima na câmara da experiência e, em especial, na célula de medição.

- Esperar até que surjam gotículas de óleo apropriadas na célula de medição. Isto pode demorar alguns segundos.
- Das gotículas de óleo visíveis, selecionar uma que caia lentamente (cerca de 0,025 - 0,1 mm/s).
- Se for o caso, reajustar a nitidez do microscópio.

### Orientações gerais:

O objetivo é gerar uma pequena quantidade de gotículas individuais, não uma nuvem grande e clara, a partir das quais uma gotícula de óleo é selecionada. Vários apertos do bulbo farão com que gotículas de óleo demais entrem na célula de medição, em especial na área diante do foco do microscópio de medição. Ali, elas prejudizam a observação das gotículas de óleo que estão no foco.

Uma gotícula adequada aparece como ponto com brilho forte no foco do microscópio de medição.

Se óleo demais tiver entrado na célula de medição, ela precisa ser limpa. Se, mesmo depois de diversos apertos do bulbo, não houver gotículas de óleo na célula de medição, pode ser que a abertura na placa superior do capacitor esteja entupida e precise ser limpa.

### Medição segundo o método de ascensão

- Selecionar a polaridade da tensão  $U$ , p.ex., placa superior "+", placa inferior "-".
- Eventualmente zerar os tempos  $t_1$  e  $t_2$  armazenados com "Reset".
- Gerar, observar e selecionar gotícula de óleo adequada, conforme descrito acima.
- Colocar a chave  $U$  em ON. Ajustar uma tensão  $U$  de forma que a gotícula de óleo ascenda lentamente sobre uma primeira posição da escala pré-selecionada na parte superior da célula de medição.
- Colocar a chave  $U$  em OFF, e, com isto, deixar cair novamente a gotícula de óleo.
- Colocar a chave  $t$  em ON, assim que a gotícula de óleo tenha atingido novamente a primeira posição na escala e, com isto, iniciar a medição de tempo  $t_2$ .
- Colocar a chave  $U$  em ON, assim que a gotícula de óleo tenha atingido uma segunda posição pré-selecionada na parte inferior da célula de medição e, com isto, deixar subir a gotícula de óleo. A medição de tempo  $t_2$  é parada e a medição de tempo  $t_1$  se inicia automaticamente.
- Colocar a chave  $t$  em OFF, assim que a gotícula de óleo tenha atingido novamente a primeira posição na escala e, com isto, parar a medição de tempo  $t_1$ .
- Colocar a chave  $U$  em OFF.
- Ler os tempos  $t_1$  e  $t_2$  e a tensão  $U$  ("previous voltage") na tela e anotar junto com a distância da posição na escala.
- Repetir a medição com a maior frequência possível para diferentes gotículas de óleo.

Tab. 1: Cargas  $q_i$  determinadas a partir dos valores de medição de dez gotículas de óleo diferentes e os valores de carga elementar  $e$  daí derivados.

$i$	$t_{1i}$ s	$t_{2i}$ s	$U_i$ V	Polarität	$r_i$ $\mu\text{m}$	$q_i$ $10^{-19}$ C	$\Delta q_i$ $10^{-19}$ C	$n_i$	$e_i$ $10^{-19}$ C	$\Delta e_i$ $10^{-19}$ C
1	12,426	13,780	107,0		0,81	-11,1	0,9	-7	1,59	0,13
2	14,414	17,433	109,4		0,71	-7,9	0,6	-5	1,58	0,12
3	13,604	9,053	292,6		1,00	-6,2	0,4	-4	1,55	0,10
4	13,641	23,631	190,9		0,61	3,5	0,2	2	1,75	0,10
5	10,502	14,858	246,1		0,78	4,9	0,3	3	1,63	0,10
6	14,203	21,674	110,9		0,64	6,3	0,5	4	1,58	0,13
7	9,814	10,228	279,4		0,94	6,6	0,4	4	1,65	0,10
8	13,813	16,824	120,4		0,73	7,6	0,6	5	1,52	0,12
9	9,936	16,380	112,1		0,74	10,2	0,8	6	1,70	0,13
10	13,184	12,214	124,5		0,86	10,6	0,8	7	1,51	0,11

## EXEMPLO DE MEDIÇÃO E AVALIAÇÃO

### Parâmetros relevantes para a avaliação

Distância $d$ das placas do capacitor:	3 mm
Percurso $s$ (entre a marcação superior 6 e a marcação inferior 4 na escala ocular):	1 mm
Viscosidade do ar $\eta$	$1,876 \cdot 10^{-5}$ kg/(m·s)
Densidade do ar $\rho_1$ (25°C, 1013 hPa)	$1,184$ kg/m <sup>3</sup>
Densidade do óleo $\rho_2$ (25°C)	$871$ kg/m <sup>3</sup>
Aceleração da gravidade $g$	$9,81$ m/s <sup>2</sup>
Pressão do ar $p$	1014 hPa
Parâmetro de correção $b$	$82 \mu\text{m} \cdot \text{hPa}$
Parâmetro de correção $A$	$8,1 \cdot 10^{-8}$ m

### Orientação:

A viscosidade e a pressão do ar permaneceram constantes durante toda a medição. Se isto não puder ser garantido, por exemplo, na realização de várias medições em dias diferentes, os valores devem ser considerados correspondentemente para cada medição individual.

### Precisões de medição

Distância das placas do capacitor, $\Delta d$ :	0,1 mm
Percurso, $\Delta s$	50 $\mu\text{m}$
Tempo (controlado por quartz), $\Delta t$	1 $\mu\text{s}$
Tensão, $\Delta U$ (0,5% do valor máximo $1000 \text{ V} \pm 5$ dígitos)	5,5 V

As precisões de medição dos parâmetros de material, ambiente e correção não são significativos e podem ser desprezados.

A maior importância é das precisões para a distância das placas do capacitor,  $\Delta d$ , e para o percurso entre as marcações selecionadas na escala ocular,  $\Delta s$ .

### Determinação das velocidades e da carga

- A partir dos tempos de ascensão e de queda  $t_1$  e  $t_2$  medidos, são determinados respectivamente a velocidade de ascensão e queda

$$(11) v_{1,2} = \frac{s}{V \cdot t_{1,2}},$$

$s$ : o percurso entre duas marcações selecionadas na escala ocular,  $V = 2$ : ampliação da objetiva

e, daí, conforme a equação (10), determina-se a carga  $q$  da gotícula de óleo (Tab. 1).

Tab. 2: Determinação do menor número inteiro resultante como produto da relação de carga  $q_j/q_k = 1,4$  e do número inteiro  $n_k$  dado.

$n_k$	$1,4 \cdot n_k$
1	1,4
2	2,8
3	4,2
4	5,6
<b>5</b>	<b>7,0</b>
6	8,4
7	9,8
8	11,2
9	12,6
10	14,0

**Bestimmung von n**

**Determinação de n**

Quando existir uma carga elementar  $e$ , precisa valer, para as cargas medidas  $q_j$  e  $q_k$  ( $j, k = 1, 2, 3, \dots, 10$ ) de duas respectivas gotículas de óleo:

$$(12) \quad q_j = n_j \cdot e \text{ e } q_k = n_k \cdot e \text{ com } n_j, n_k \in \mathbb{Z}$$

Daí, deriva-se:

$$(13) \quad \frac{q_j}{q_k} = \frac{n_j}{n_k} \Leftrightarrow n_j = \frac{q_j}{q_k} \cdot n_k$$

Os números inteiros  $n_j$  e  $n_k$  podem ser determinados conforme segue, admitindo-se, sem restrição da generalidade,  $|q_j| > |q_k|$ :

- A partir das cargas medidas (Tab. 1), formar, aos pares, as relações  $q_j/q_k$  com  $|q_j| > |q_k|$ .
- Selecionar um conjunto de pares de carga com (no âmbito da precisão de medição) relações de carga iguais.

Os pares de cargas  $(q_1, q_2)$ ,  $(q_4, q_5)$  e  $(q_8, q_{10})$ , cuja relação de carga resulta respectivamente em  $\approx 1,4$ , por exemplo, formam um destes conjuntos, que será observado a seguir.

- Indicar os números inteiros  $n_k = 1, 2, 3, \dots$  e calcular sucessivos  $1,4 \cdot n_k$  (Tab. 2). A partir dos valores calculados, identificar o valor correspondente ao *menor* número inteiro ou que seja o mais próximo do *menor* número inteiro. Este valor é atribuído a  $n_j$ .

Da Tab. 2 resulta, como o menor número inteiro,  $n_j = 7$ , se  $n_k = 5$ . Como os valores das cargas  $q_1$  e  $q_{10}$ , bem como  $q_2$  e  $q_8$  conferem no âmbito da margem de erro, e os valores das cargas  $q_4$  e  $q_5$  são menores pelo fator  $\approx 2,3$ , é atribuído ao par de cargas  $(q_1, q_2)$  o par de valores  $(n_1, n_2) = (-7, -5)$ , e, ao par de cargas  $(q_8, q_{10})$ , o par de valores  $(n_8, n_{10}) = (5, 7)$ .

Ao par de cargas  $(q_4, q_5)$  é atribuído, por conta de  $7 / 2,3 = 3,0$  e  $5 / 2,3 = 2,2$ , o par de valores  $(n_4, n_5) = (2, 3)$ .

- Determinar os valores de  $n_i$  para as outras cargas conforme equação (13) a partir das relações com uma carga com  $n_i$  já calculado. Anotar todos os valores para  $n_i$  na Tab. 1.

Exemplo para a determinação de  $n_6$  a partir de  $n_1$ :  $q_1 / q_6 = -1,8$  e  $n_1 / -1,8 = 3,9$ , de forma que a  $n_6$  seja atribuído o valor 4.

Como alternativa, as cargas  $q_i$  determinadas pelas medições (Tab. 1) podem ser respectivamente divididas por números  $n_i$  de forma que os valores resultantes apresentem a menor dispersão possível ao redor do valor médio (não medido). Como medida para a dispersão, vale o desvio padrão.

**Determinação de e**

- Dividir as cargas  $q_i$  e sua margem de erro  $\Delta q_i$  respectivamente por  $n_i e$ , assim, determinar os valores  $e_i$  e  $\Delta e_i$  para a carga elementar e sua margem de erro para as medições individuais (Tab. 1)
- Determinar a melhor estimativa  $e$  para a carga elementar, bem como o erro padrão  $\Delta e$  a partir dos valores  $e_i$  das medições individuais e suas margens de erro  $\Delta e_i$  pela formação da média medida:

$$(14) \quad e \pm \Delta e = \frac{\sum w_i \cdot e_i}{\sum w_i} \pm \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}} \text{ com } w_i = \left( \frac{1}{\Delta e_i} \right)^2$$

A partir dos valores da Tab. 1, resulta daí:

$$(15) \quad e \pm \Delta e = \left( \frac{1286}{799} \pm \frac{1}{28} \right) \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ = (1,61 \pm 0,04) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

O resultado é mais expressivo com mais valores de medição, ou seja, quanto maior o escopo da amostra e quanto menor o número de cargas  $n$  na gotícula de óleo. Por conta das imprecisões sobretudo da distância das placas do capacitor da leitura na escala microscópica,  $n$  deve ser  $\leq 7$ .