

## Oscilações harmônicas

### MEDIÇÃO DAS OSCILAÇÕES DE UM PÊNDULO DE MOLA HELICOIDAL COM SENSOR DE MOVIMENTO DE ULTRASSOM

- Determinação estática da constante de mola  $k$  para diferentes molas helicoidais.
- Registro da oscilação harmônica de um pêndulo de mola helicoidal em dependência do tempo com um sensor de movimento de ultrassom.
- Determinação da duração da oscilação  $T$  para diferentes combinações de constante de mola  $k$  e massa  $m$ .

UE1050311

09/15 UD



Fig. 1: Disposição da medição.

### FUNDAMENTOS GERAIS

Oscilações são geradas quando um sistema retirado da situação de equilíbrio é retornado à situação de equilíbrio por uma força. Fala-se em oscilações harmônicas quando a força de retorno do sistema ao repouso é proporcional ao desvio do repouso em todos os momentos. As oscilações de um pêndulo de mola helicoidal são exemplo clássico disto. A

proporcionalidade entre o deslocamento e a força de retorno é descrita pela Lei de Hooke.

Entre o deslocamento  $x$  e a força de retorno  $F$ , vale, portanto, a relação

$$(1) F = -k \cdot x \text{ com}$$

$k$ : constante de mola.

Para um peso  $m$  pendurado à mola helicoidal, vale, portanto, a equação de movimento

$$(2) \quad m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x = 0,$$

enquanto a massa da própria mola, bem como uma eventual força de atrito contrária, pode ser negligenciada.

As soluções desta equação de movimento têm a forma geral

$$(3) \quad x(t) = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right),$$

como é confirmado na experiência através do registro das oscilações harmônicas de um pêndulo de mola helicoidal como função do tempo com o sensor de movimento de ultrassom e adaptação de uma função senoidal aos dados de medição.

O sensor de movimento de ultrassom mede a distância entre o peso pendurado ao pêndulo e o sensor. A grandeza de medição corresponde, assim, com exceção um deslocamento de ponto zero compensável por função de tara, imediatamente à grandeza  $x(t)$  observada na equação 3.

Define-se a duração da oscilação  $T$  como a distância entre duas passagens por zero da função senoidal na mesma direção e se obtém, de (3),

$$(4) \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Para a confirmação de (4), as medições para diferentes combinações de peso  $m$  e constante de mola  $k$  são realizadas e, a cada vez, é determinada a duração da oscilação a partir da distância das passagens por zero nos dados registrados ou de uma adaptação da equação (3). As constantes de mola são adicionalmente determinadas por medições estáticas e comparadas com as constantes de mola das medições dinâmicas.

## LISTA DE APARELHOS

1 Kit de molas helicoidais para a lei de Hooke	U40816	1003376
1 Conjunto de pesos de entalhe, 10x 10 g	U30031	1003227
1 Conjunto de pesos de entalhe, 5x 50 g	U30033	1003229
1 Tripé, 150 mm	U13270	1002835
1 Vara de apoio, 1000 mm	U15004	1002936
1 Manga com gancho	U13252	1002828
1 Sensor de movimento de ultra-som	U11361	1000559
1 3B NET/ab™	U11310	1000544
1 3B NET/log™	U11300	1000539/40
1 Fita métrica, 2 m	U10073	1002603

## MONTAGEM E EXECUÇÃO

### Orientação:

A experiência é realizada, a título de exemplo, para os pêndulos de mola, cujas molas helicoidais estão especificadas nominalmente com  $k = 2,5, 5$  e  $25$  N/m.

### Medição estática

- Montar disposição de medição conforme Fig. 1.
- Enganchar uma das molas helicoidais para a Lei de Hooke (nominal  $k = 2,5, 5, 10, 15$  e  $25$  N/m) na manga com gancho.
- Conforme a força da mola helicoidal, pendurar sucessivamente os pesos do conjunto de pesos de entalhe  $10 \times 10$  g ou  $5 \times 50$  g na mola helicoidal e, com auxílio da trena, anotar respectivamente o deslocamento  $s$  na Tab. 1.

### Orientação:

Os suportes dos conjuntos de pesos de entalhe fazem parte dos dez pesos de  $10$  g ou dos cinco pesos de  $50$  g.

- Repetir a sequência de medições para as outras molas helicoidais.

### Medição dinâmica

- Montar disposição de medição conforme Fig. 1.
- Enganchar uma das molas helicoidais para a Lei de Hooke (nominal  $k = 2,5, 5, 10, 15$  e  $25$  N/m) na manga com gancho.
- Retirar os quatro pesos de  $50$  g do conjunto de peso de entalhe  $5 \times 50$  g do suporte. Pendurar o suporte na mola helicoidal.
- Posicionar o sensor de movimento de ultrassom exatamente abaixo da mola helicoidal com o suporte enganchado.
- Conectar o sensor de movimento de ultrassom à entrada analógica A ou B do 3B NET/log™ com auxílio do cabo miniDIN. Ligar o 3B NET/log™ e aguardar o reconhecimento do sensor.
- Ligar o computador e o software 3B NET/ab™. Conectar o 3B NET/log™ ao computador. Configurar a entrada conforme descrito no manual de instruções do software 3B NET/ab™.
- Informar intervalo/taxa de medição, número de valores de medição e duração da medição (por exemplo,  $5\text{ms}/200\text{Hz}$  Osz,  $1000, 5,0\text{s}$ ).
- Deslocar levemente o pêndulo de mola, soltar e iniciar a medição através de clique simultâneo no botão "Iniciar" do software 3B NET/ab™.
- Armazenar os dados de oscilação registrados.
- Pendurar sucessivamente os quatro pesos de  $50$  g no suporte e repetir a medição respectivamente.
- Repetir a sequência de medições para as outras molas helicoidais.

## EXEMPLO DE MEDIÇÃO

### Medição estática

Tab. 1: Deslocamentos  $s$  da mola helicoidal especificada nominalmente com  $k = 2,5 \text{ N/m}$  com diferentes pesos  $m$  suspensos.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
10	3,2
20	7,2
30	11,2
40	15,4
50	19,7
60	23,7
70	27,7
80	31,7
90	36,0
100	40,0

Tab. 2: Deslocamentos  $s$  da mola helicoidal especificada nominalmente com  $k = 5 \text{ N/m}$  com diferentes pesos  $m$  suspensos.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
10	0,9
20	3,0
30	4,7
40	6,2
50	7,9
60	9,4
70	10,9
80	12,5
90	14,0
100	15,7

Tab. 3: Deslocamentos  $s$  da mola helicoidal especificada nominalmente com  $k = 25 \text{ N/m}$  com diferentes pesos  $m$  suspensos.

$m / \text{g}$	$s / \text{cm}$
50	1,4
100	3,2
150	5,0
200	6,9
250	8,7

### Medição dinâmica

A Fig. 2 mostra os dados de oscilação registrados pelo software 3B NET/lab™, a título de exemplo, para um pêndulo de mola com, nominalmente,  $k = 5 \text{ N/m}$  e  $m = 250 \text{ g}$ . Na área marcada pelos cursores da curva de medição, foi adaptada uma função senoidal para a confirmação de (3).

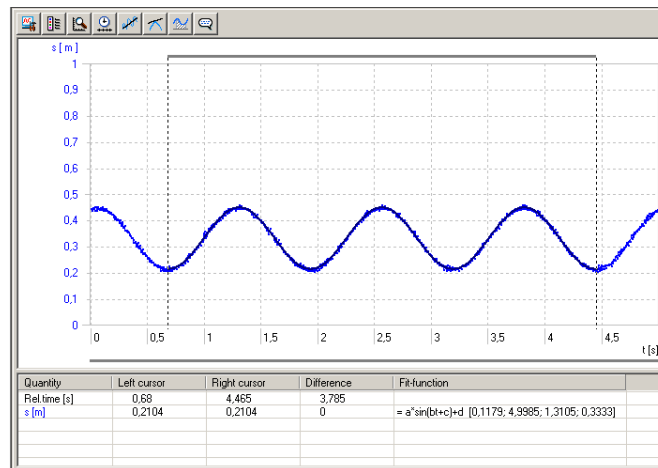


Fig. 2: Dados de oscilação registrados após adaptação de função senoidal. Os cursores marcam a área da adaptação.

## ANÁLISE

### Medição estática

A força do peso  $F_G$  é igual à força da mola  $F_F$ , ou seja, conforme as leis de Newton e de Hooke, vale:

$$F_G = m \cdot g = k_s \cdot s = F_F \Leftrightarrow s = \frac{g}{k_s} \cdot m = B \cdot m \quad (5)$$

$$B = \frac{g}{k_s} \Leftrightarrow k_s = \frac{g}{B}$$

- $F_G$ : força do peso
- $m$ : peso suspenso
- $g$ : aceleração da gravidade
- $F_F$ : força da mola
- $k$ : constante da mola
- $s$ : deslocamento da mola

- Representar graficamente os valores de medição das Tab. 1, 2 e 3 (Fig. 3), adaptar respectivamente uma reta  $s = B_s \cdot m$  aos pontos de medição e, com auxílio da equação (5), determinar a constante de mola  $k_s$  a partir da inclinação  $B_s$  da reta.

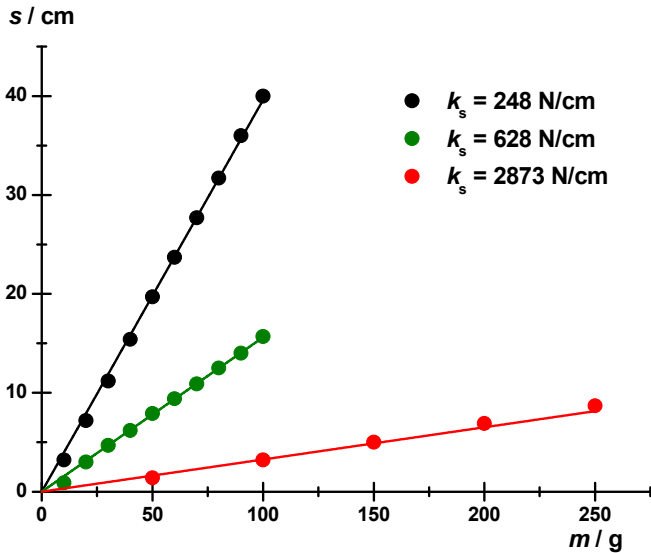


Fig. 3: Deslocamento  $s$  como função de  $m$ .

**Medição dinâmica**

- Determinar, a partir dos dados de oscilação registrados, a respectiva duração de período  $T$ .
- Para tanto, ler o respectivo tempo entre duas passagens alternadas pelo zero diretamente da curva de medição e inserir nas Tabelas 4, 5 e 6. A duração do período pode, alternativamente, também ser determinada, com auxílio da equação (4), a partir da adaptação da equação (3) à curva de medição.

Tab. 4: Durações de período determinadas a partir dos dados de oscilação do pêndulo de mola, cuja mola helicoidal é especificada nominalmente com  $k = 2,5$  N/m.

$m / g$	$T / s$	$T^2 / s^2$
50	0,937	0,877
100	1,308	1,710
150	1,503	2,258

Tab. 5: Durações de período determinadas a partir dos dados de oscilação do pêndulo de mola, cuja mola helicoidal é especificada nominalmente com  $k = 5$  N/m.

$m / g$	$T / s$	$T^2 / s^2$
50	0,584	0,341
100	0,810	0,656
150	0,992	0,983
200	1,143	1,305
250	1,262	1,592

Tab. 6: Durações de período determinadas a partir dos dados de oscilação do pêndulo de mola, cuja mola helicoidal é especificada nominalmente com  $k = 25$  N/m.

$m / g$	$T / s$	$T^2 / s^2$
50	0,289	0,084
100	0,398	0,158
150	0,482	0,232
200	0,553	0,305
250	0,619	0,384

A partir da equação (4), conclui-se:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{k_T} \cdot m = B_T \cdot m$$

(6)

$$B_T = \frac{4\pi^2}{k_T} \Leftrightarrow k_T = \frac{4\pi^2}{B_T}$$

- Representar graficamente os valores de medição das Tab. 4, 5 e 6 (Fig. 4), adaptar respectivamente uma reta  $T^2 = B_T \cdot m$  aos pontos de medição e, com auxílio da equação (5), determinar a constante de mola  $k_T$  a partir da inclinação  $B_T$  da reta.

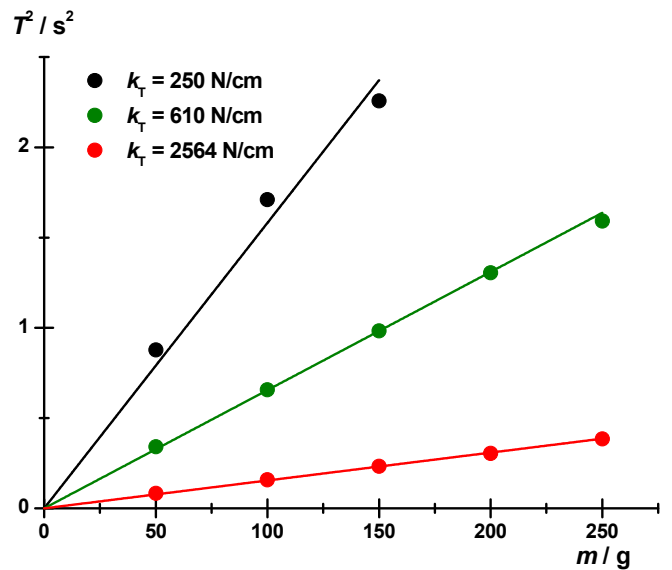
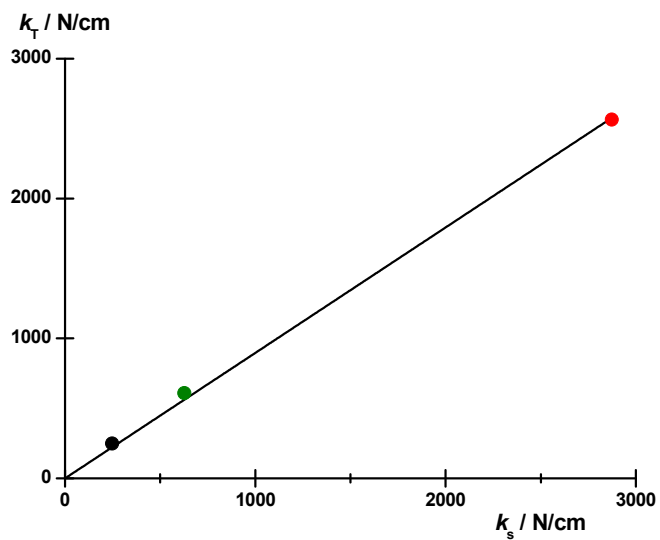


Fig. 4: Quadrado da duração de período  $T^2$  como função de  $m$ .

- Aplicar as constantes de mola  $k_T$  das medições dinâmicas contra as constantes de mola  $k_s$  das medições estáticas e adaptar uma reta nos pontos de medição (Fig. 5).



A adaptação da reta aos pontos de medição da Fig. 5 resulta em uma inclinação de 0,9, ou seja, os pontos de medição estão em boa aproximação na linha bissetriz. A concordância entre as constantes de mola determinadas pelas medições dinâmicas e estáticas é confirmada.

Fig. 5:  $k_T$  como função de  $k_s$  com reta adaptada.