

Precessão e nutação de um giroscópio

ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PRECESSÃO E NUTAÇÃO DE UM GIROSCÓPIO E DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA

- Confirmação da proporcionalidade entre a frequência de rotação f_R do disco em rotação e o tempo T_P de uma precessão do giroscópio e determinação do momento de inércia da aplicação gráfica $f_R (T_P)$.
- Confirmação da proporcionalidade entre frequência de rotação f_R e frequência de nutação f_N através da aplicação gráfica $f_N (f_R)$ e dos tempos correspondentes $T_R (T_N)$.

UE1040500

07/16 UD



Fig. 1: Disposição de medição para a precessão de um giroscópio (sem massa adicional suspensa).

FUNDAMENTOS GERAIS

Um giroscópio é um corpo sólido que gira ao redor de um eixo fixado em um ponto. Se uma força externa atinge o eixo, então o torque causa uma alteração do impulso de rotação. O giroscópio se movimenta, então, na direção perpendicular ao eixo de forma e à força incidente. Este movimento é chamado de precessão. Se um giroscópio em rotação sofre colisão contra seu eixo de rotação, ele realiza movimentos de tombamento, chamados de nutação. Ambos os movimentos se sobrepõem, em geral.

Na experiência, é usado um giroscópio cujo disco circular grande gira com pouco atrito ao redor de um eixo posicionado sobre um ponto de apoio. Um contrapeso é ajustado de forma que o ponto de apoio corresponda ao centro de gravidade. Se o giroscópio estiver em equilíbrio e o disco de rotação é colocado em rotação, um impulso de rotação L constante age:

$$(1) \quad L = I \omega_R$$

I : momento de inércia, ω_R : velocidade angular

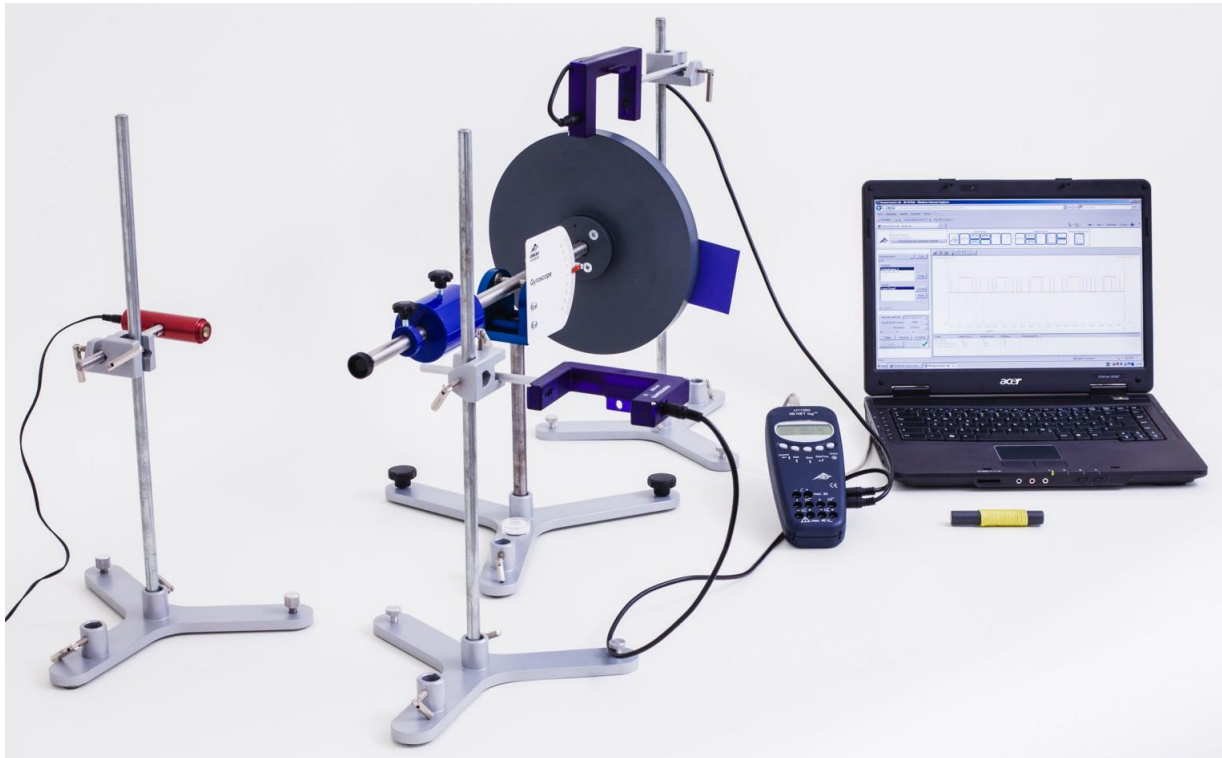


Fig. 2 Disposição de medição para a natação de um giroscópio.

O momento de inércia do disco em rotação do giroscópio é dado por:

$$(2) \quad I = \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

M: massa do disco, *R*: raio do disco

Se o disco de rotação recebe o peso de uma massa adicional *m*, então isto gera, através do torque τ causado pelo peso adicional, uma alteração do impulso de rotação:

$$(3) \quad \tau = m \cdot g \cdot r = \frac{dL}{dt}$$

r: distância do ponto de suporte do eixo de rotação até o ponto de ataque da massa adicional

O eixo de rotação se move, então, conforme Fig. 3, pelo ângulo

$$(4) \quad d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r \cdot dt}{L}$$

e precessa. Daí se conclui, para a velocidade angular do movimento de precessão:

$$(5) \quad \omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{m \cdot g \cdot r}{L} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I \cdot \omega_R}$$

e com $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$:

$$(6) \quad \frac{1}{T_p} = \frac{f_p}{f_R} = \frac{m \cdot g \cdot r}{I} \cdot \frac{T_p}{T_R}$$

Se o disco de rotação é posto em rotação sem torque externo adicional e o eixo de rotação é levemente golpeado lateralmente, o giroscópio realiza movimentos de natação. A velocidade angular da natação é diretamente proporcional à velocidade angular da rotação:

$$(7) \quad \omega_N = C \cdot \omega_R \quad \text{ou} \quad T_R = C \cdot T_N$$

C: Constante

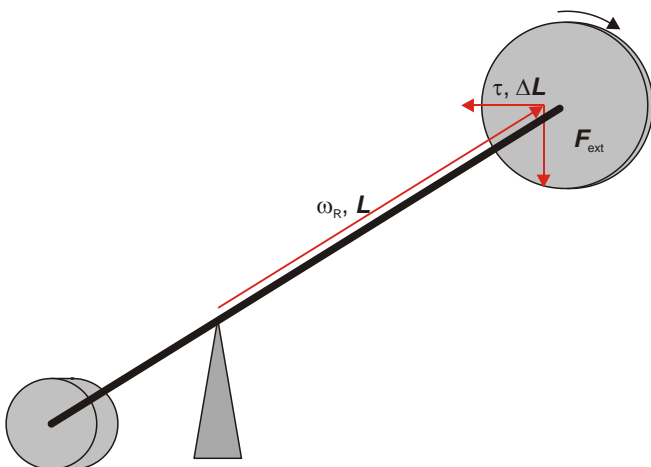


Fig. 3 Desenho esquemático do giroscópio para a precessão

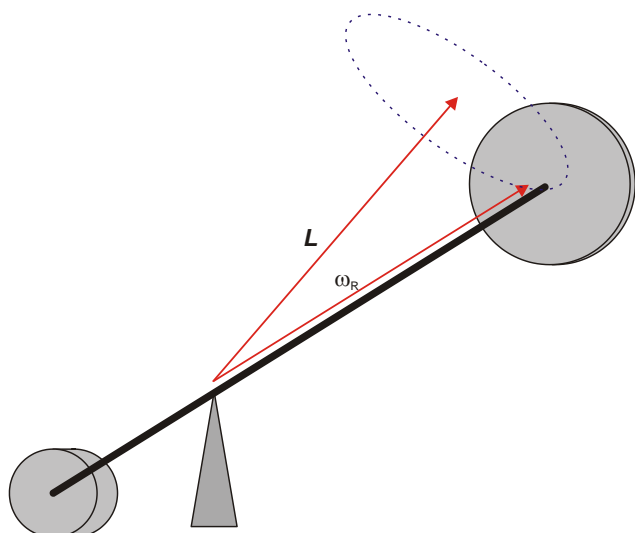


Fig. 4 Desenho esquemático do giroscópio para a nutação

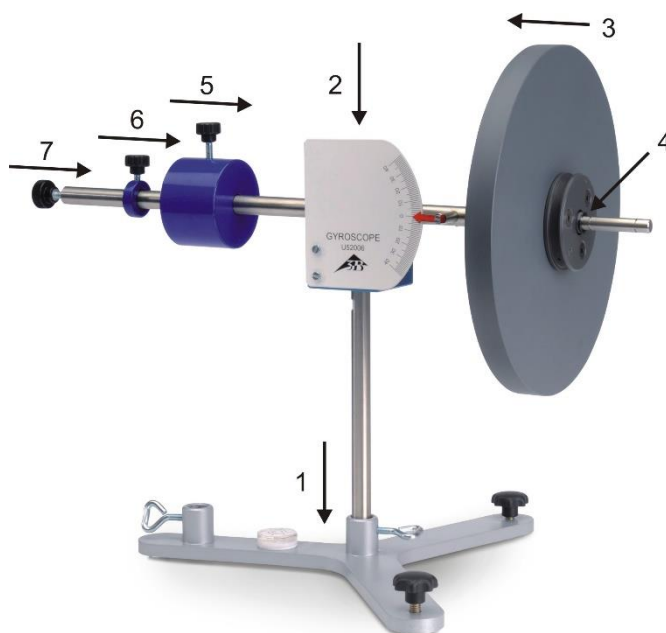


Fig. 5 Colocação em operação do giroscópio.

LISTA DE APARELHOS

1	Giroscópio	1000695 (U52006)
2	Barreira luminosa	1000563 (U11365)
1	Díodo laser, vermelho	1003201 (U22000)
1	3B NET/log™ @230V	1000540 (U11300-230)
ou		
1	3B NET/log™ @115V	1000539 (U11300-115)
1	3B NET/lab™	1000544 (U11310)
3	Tripé, 150 mm	1002835 (U13270)
3	Manga universal	1002830 (U13255)
3	Vara de apoio, 750 mm	1002935 (U15003)

COLOCAÇÃO EM OPERAÇÃO DO GIROSCÓPIO

- Posicionar o tripé sobre uma área de trabalho plana e livre de oscilações e, com auxílio das borboletas, colocá-lo na horizontal.
- Inserir a haste de apoio no tripé e fixar (Fig. 5, 1).
- Colocar a cabeça do rotor com o eixo principal sobre a haste de apoio (Fig. 5, 2).
- Colocar o disco sobre o eixo principal do giroscópio deslizando até o final, de forma que a bobina aponte para longe da cabeça do rotor (Fig. 5, 3). Inserir o espaçador e fixar o disco com o disco de fixação (Fig. 5, 3). Inicialmente, retirar completamente o parafuso de ajuste na outra extremidade do eixo principal.
- Sucessivamente, colocar o contrapeso grande e o peso pequeno na outra extremidade do eixo principal e reinserir o parafuso de fixação de volta no eixo principal (Fig. 5, 5, 6, 7). Deslocar o contrapeso e o peso de forma que o eixo principal fique na horizontal (mostrador no ponto zero da escala) e fixar respectivamente com os parafusos de fixação. Se for o caso, fazer o ajuste fino com o parafuso de fixação.

- Fixar o indicador para o disco oscilante com auxílio da fita adesiva como mostrado na Fig. 1 ou na Fig. 2.

MONTAGEM E EXECUÇÃO

- Montar e posicionar ambas as fotocélulas com auxílio do material de suporte conforme mostrado na Fig. 1 e 2 e, com auxílio dos cabos com os conectores de 8 pinos miniDIN, conectar as entradas analógicas A e B do NET-log™.

Orientação:

Na medição da nutação, a fotocélula que registra o período de nutação, não é operada no "modo fotocélula interna", mas no "modo fotocélula laser". Esta é ativada pelo fechamento do refletor mecânico e o laser de diodo é direcionado para a abertura lateral da fotocélula.

- Ligar o computador e iniciar o 3B NET/lab™. Conectar o 3B NET/log™ com o cabo USB no computador e ligar. No 3B NET/lab™, clicar no botão "teste" em "conexão de aparelhos", para testar a conexão.
- Configurar as entradas analógicas A e B no 3B NET/lab™ em 20 V DC e confirmar clicando no botão "entradas OK".
- Ajustar os parâmetros

Intervalo de medição/Taxa:	10 ms	10 Hz	Osc
Número dos valores de medição:	10000		
Duração da medição:	01:40,0 s		

 e confirmar clicando no botão "parâmetros OK".

- Para a medição da precessão, pendurar, como massa adicional, o suporte de pesos com três discos de pesos na perfuração na extremidade frontal do eixo principal.
- Para a medição da nutação, não pendurar pesos adicionais.
- Colocar o invólucro do fio de arranque na perfuração da bobina e enrolar o fio de arranque.
- Clicar o botão "iniciar no 3B NET/lab™, começa o registro de valores de medição.
- Segurar a extremidade traseira com uma mão e o cabo do fio de arranque com a outra. Colocar em rotação o disco por meio de puxão uniforme, rápido e forte do fio de arranque e soltar o eixo imediatamente em seguida.

Orientações:

Manter o fio de arranque, ao puxar, sob tensão até que esteja completamente desenrolado, caso contrário ele pode emaranhar-se na bobina em rotação.

Se for o caso, realizar a medição 3B NET/lab™ e o giro do disco em dupla.

Atentar para que o giroscópio se mantenha na horizontal durante o procedimento.

- Para a medição da nutação, desencadeá-la por meio de golpe lateral leve no eixo do giroscópio.

EXEMPLO DE MEDIÇÃO E ANÁLISE

Massa <i>M</i> do disco:	1,5 kg
Raio <i>R</i> do disco:	12,5 cm
Peso adicional <i>m</i> :	150 g
Distância do ponto central do eixo para o ponto de ataque do peso adicional <i>r</i>	22,5 cm

Fig. 6 (acima) e Fig. 7 (acima) mostram resultados típicos da medição da precessão e da nutação no 3B NET/lab™ segundo as instruções da Fig. 1 e Fig. 2.

- Determinar tempos de precessão, nutação e rotação T_P , T_N e T_R por meio dos decursos de tempo dos pulsos registrados.

Na Fig. 6 e Fig. 7, a entrada analógica A (azul) corresponde respectivamente ao decurso do tempo do sinal de rotação e a entrada analógica B (vermelha), ao decurso do tempo do sinal de precessão ou de nutação.

O tempo de precessão pode ser lido diretamente com auxílio dos cursores como o tempo entre dois pulsos. Por exemplo, para o primeiro período da precessão, obtém-se, da Fig. 6 (meio), $T_P = 16,52$ s.

O tempo de nutação também pode ser lido diretamente com auxílio dos cursores, vide Fig. 7 (meio). Para isto, são identificados, no sinal, âmbitos com pelo menos três pulsos subsequentes de duração similar. Como um período de nutação corresponde a três escurecimentos subsequentes da fotocélula, o tempo de nutação corresponde ao tempo entre o primeiro e o terceiro pulso. Por exemplo, para o primeiro período da nutação, obtém-se, da Fig. 7 (meio), $T_N = 1,64$ s.

O tempo de rotação é determinado a partir de vários pulsos subsequentes, nos mesmos âmbitos em que antes foram determinados os tempos de precessão e nutação pertinentes.



Fig. 6 Precessão do giroscópio. Decurso de tempo registrado (em cima) bem como a determinação do tempo da precessão T_P (meio) e o tempo de rotação T_R (em baixo) no 3B NET/lab™.

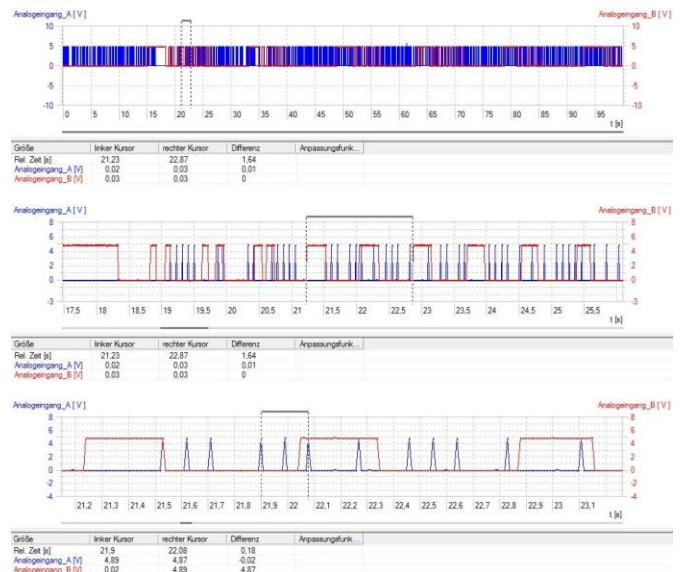


Fig. 7 Nutação do giroscópio. Decurso de tempo registrado (em cima) bem como a determinação do tempo da nutação T_N (meio) e o tempo de rotação T_R (em baixo) no 3B NET/lab™.

Por exemplo, para o período de rotação pertencente ao primeiro período de precessão, obtém-se, da Fig. 6 (em baixo) $T_R = 0,24$ s / 3 = 0,08 s, e, para o período de rotação pertencente ao primeiro período de nutação, da Fig. 7 (em baixo) $T_R = 0,18$ s / 2 = 0,09 s.

- Anotar os tempos determinados na Tab. 1 ou na Tab. 2.

Tab. 1: Precessão do giroscópio. Tempos de precessão T_P e tempos de rotação T_R determinados pela medição, bem como as frequências de rotação f_R daí calculadas.

T_P / s	T_R / s	f_R / Hz
16,52	0,08	12,50
15,31	0,09	11,11
14,17	0,10	10,00
12,68	0,11	9,09
11,06	0,12	8,33
10,63	0,13	7,69

Tab. 2: Nutação do giroscópio. Tempos de nutação T_N e de rotação T_R determinados pela medição.

T_N / s	T_R / s
1,64	0,09
1,78	0,10
1,99	0,11
2,19	0,12
2,35	0,13

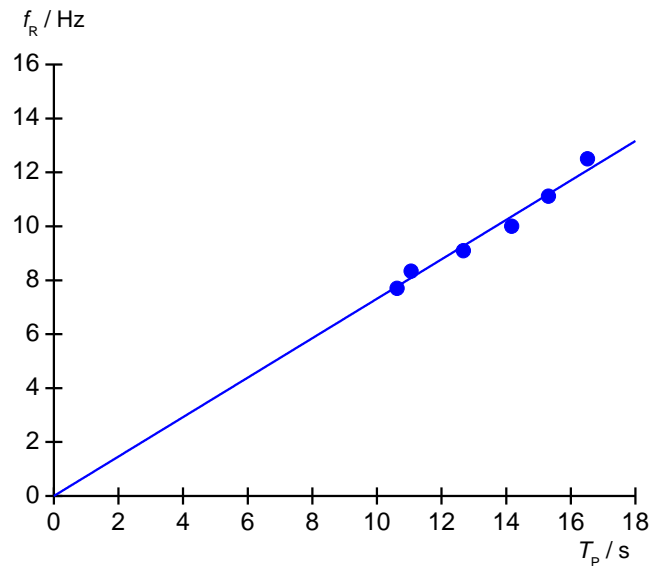


Fig. 8 Frequência de rotação f_R do disco giratório em dependência do tempo de precessão T_P .

- A partir dos tempos de rotação da Tab. 1, calcular as frequências de rotação e também anotá-las na Tab. 1.
- Aplicar as frequências de rotação contra os tempos de precessão em um diagrama e adaptar uma reta de origem (Fig. 8).
- A partir da inclinação da reta a segundo equação (6), determinar o momento de inércia do disco:

$$f_R = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot I} \cdot T_P = a \cdot T_P \Rightarrow$$

$$I = \frac{m \cdot g \cdot r}{4 \cdot \pi^2 \cdot a} = \frac{0,15 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,225 \text{ m}}{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,73 \frac{1}{\text{s}^2}}$$

$$= 0,0115 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

- Determinar o momento de inércia do disco segundo a equação (2):

$$I = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot (0,125 \text{ m})^2 = 0,0117 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Os valores, no âmbito de sua margem de erro de medição relativa de cerca de 1,5 % conferem muito bem.

- Aplicar os tempos de rotação da Tab. 2 contra os tempos de nutação em um diagrama e adaptar uma reta de origem (Fig. 9).

A proporcionalidade direta do período de nutação em relação ao de rotação é confirmada pela equação (7).

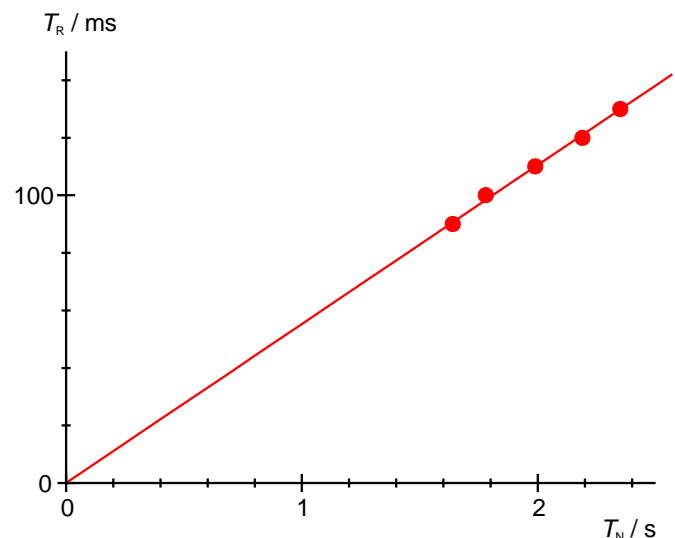


Fig. 9 Tempo de rotação T_R em dependência do tempo de nutação T_N

