

## Momento de inércia

### DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UMA BARRA DE HALTERE COM PESOS COMPLEMENTARES.

- Determinação da grandeza teórica de ângulo  $D_r$  da mola de acoplamento.
- Determinação do momento de inércia  $J$  em dependência da distância  $r$  das unidades de massa para o eixo de rotação.
- Determinação do momento de inércia  $J$  em dependência das massas  $m$  das unidades de massa.

UE1040201

03/16 JS

### FUNDAMENTOS GERAIS

A inércia de um corpo rígido frente a uma alteração do seu movimento rotativo em torno de um eixo fixo é indicada pelo momento de inércia  $J$ . Ela depende da distribuição das massas no corpo em relação ao eixo de rotação e é tanto maior quanto maior forem as distâncias para o eixo de rotação.

Isso pode ser examinado em experiência mediante o exemplo de um disco rotativo com barra de haltere, na qual numa distância simétrica  $r$  para o eixo de rotação são dispostas duas unidades de massa  $m$ . Nesse caso o momento de inércia é da ordem de

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \quad (1)$$

$J_0$ : momento de inércia sem unidades de massa

Se o disco rotativo for acoplado elasticamente com uma mola espiral num suporte, o momento de inércia pode ser determinado pelo período de oscilação do disco rotativo até a sua posição de repouso. Vale

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \quad (2)$$

$D_r$ : grandeza teórica do ângulo da mola espiral

Isso significa que o período de oscilação  $T$  é tanto maior quanto maior for o momento de inércia  $J$  do disco rotativo com a barra de haltere determinado pela massa  $m$  e a distância  $r$ .




Fig. 1: Arranjo de medição para a determinação do momento de inércia de acordo ao método rotativo-oscilante

## LISTA DE APARELHOS

- 1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 230 V  
1000782 (U8405680-230)  
ou  
1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 115 V  
1000781 (U8405680-115)
- 1 Conjunto complementar para o sistema rotativo pneumático  
1000783 (U8405690)
- 1 Sensor de reflexo laser  
1001034 (U8533380)
- 1 Contador digital @ 230 V  
1001033 (U8533341-230)  
ou  
1 Contador digital @ 115 V  
1001032 (U8533341-115)

## MONTAGEM

- Montar o sistema rotativo pneumático segundo a instrução de operação e alinhar horizontalmente.
- Montar o disco rotativo e a barra de haltere e parafusar a polia.
- Colocar o sensor de reflexo laser sobre a console da unidade ligar / desligar e conectá-lo a entrada 'ligar' do contador digital.
- Ligar o compressor e empurrar o ponteiro da unidade ligar / desligar até a borda do disco de rotação, para que fique prendido.
- Girar o disco de rotação de maneira que o ponteiro indique a posição  $0^\circ$ .
- Deslocar o sensor de reflexão laser de maneira, que a luz penetre pela furação da posição  $0^\circ$  do disco de rotação.
- Montar o suporte angular do conjunto complementar no suporte do sistema rotativo pneumático e fixar a manga em cruz no terminal superior.
- Montar a mola de acoplamento 5 N na manga em cruz e acoplar magneticamente a polia.
- Posicionar a chave seletora do contador digital em  $T_A$  / 

## EXECUÇÃO

### a) Medição sem pesos complementares

- Empurrar a oscilação de rotação e apertar a tecla 'ligar'.
- Ler vários valores para a duração da oscilação e anotar os seus valores meios  $T$  na primeira linha da Tab. 1.

### b) Medição com pesos complementares

- Enganchar dois pesos complementares  $m = 50$  g sobre a barra de haltere simetricamente em distância  $r = 30$  mm.
- Determinar o valor meio de vários valores da duração de oscilação e anotar na Tab. 1.
- Aumentar as distâncias  $r$  em passos de 20 mm, determinar a cada vez a duração de  $T$  e anotar na Tab. 1.
- Registrar as séries de medições análogas para os pesos complementares  $m = 25$  e 12,5 g e anotar na Tab. 1.

## EXEMPLO DE MEDIÇÃO

Tab. 1: Tabela de medição

$m / g$	$r / cm$	$r^2 / cm^2$	$T / s$	$T^2 / s^2$	$J / g m^2$
	0	0	6,002	36,02	0,89
50	3	9	6,310	39,81	0,98
50	5	25	6,807	46,34	1,14
50	7	49	7,485	56,02	1,38
50	9	81	8,320	69,22	1,70
50	11	121	9,237	85,32	2,10
50	13	169	10,238	104,81	2,58
50	15	225	11,294	127,54	3,14
50	17	289	12,402	153,81	3,78
50	19	361	13,538	183,26	4,51
50	21	441	14,683	215,59	5,30
25	3	9	6,149	37,81	0,93
25	5	25	6,411	41,10	1,01
25	7	49	6,770	45,83	1,13
25	9	81	7,230	52,28	1,29
25	11	121	7,772	60,40	1,48
25	13	169	8,365	69,97	1,72
25	15	225	9,009	81,15	2,00
25	17	289	9,711	94,29	2,32
25	19	361	10,423	108,64	2,67
25	21	441	11,174	124,87	3,07
12,5	3	9	6,074	36,90	0,91
12,5	5	25	6,203	38,48	0,95
12,5	7	49	6,399	40,95	1,01
12,5	9	81	6,653	44,27	1,09
12,5	11	121	6,950	48,30	1,19
12,5	13	169	7,303	53,33	1,31
12,5	15	225	7,673	58,88	1,45
12,5	17	289	8,078	65,25	1,60
12,5	19	361	8,522	72,62	1,79
12,5	21	441	8,995	80,91	1,99

## ANÁLISE

Do (2) resulta a equação determinante para o momento de inércia:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$

Contudo, por agora  $D_r$  é desconhecido. Por isso se calcula com a utilização da equação de determinação

$$D_r \cdot \frac{T^2 - T_0^2}{4\pi^2} = J - J_0 = 2 \cdot m \cdot r^2$$

E se obtém com a utilização dos valores destacados em vermelho na tabela de medição

$$\begin{aligned} D_r &= 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0^2} \\ &= 2 \cdot 50 \text{ g} \cdot 441 \text{ cm}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{215,59 \text{ s}^2 - 36,02 \text{ s}^2} \\ &= 970 \frac{\text{mN} \cdot \text{mm}}{\text{rad}} \end{aligned}$$

Ao incluir este valor na equação de determinação, se logra calcular os valores indicados na última coluna da tabela de medições.

Fig. 2 mostra os assim determinados valores para os momentos de inércia representados em dependência do quadrado da distância  $r$  para o eixo de rotação. As retas desenhadas têm as subidas de  $2 \times 50 \text{ g}$ ,  $2 \times 25 \text{ g}$  e  $2 \times 12,5 \text{ g}$ .

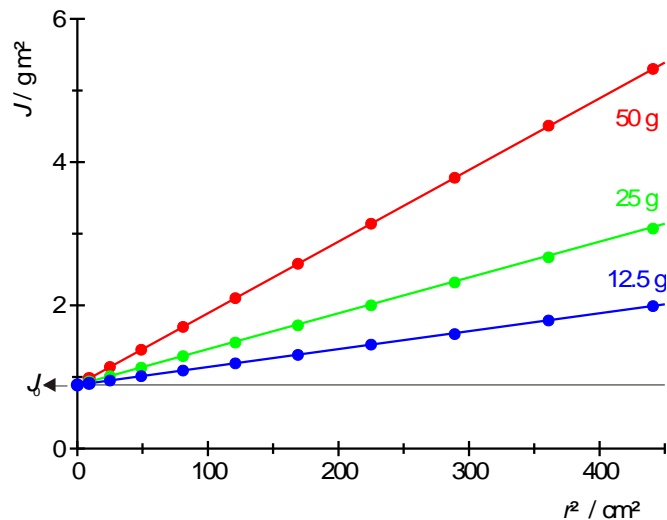


Fig. 2: Momento de inércia  $J$  do disco rotativo com barra de haltere para três diferentes pesos complementares  $m$  em dependência do quadrado da distância  $r$  para o eixo de rotação