

Momento de inércia

DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA DE UMA BARRA DE HALTERE COM PESOS COMPLEMENTARES.

- Determinação da grandeza teórica de ângulo D_r da mola de acoplamento.
- Determinação do momento de inércia J em dependência da distância r das unidades de massa para o eixo de rotação.
- Determinação do momento de inércia J em dependência das massas m das unidades de massa.

UE1040201

03/16 JS

FUNDAMENTOS GERAIS

A inércia de um corpo rígido frente a uma alteração do seu movimento rotativo em torno de um eixo fixo é indicada pelo momento de inércia J . Ela depende da distribuição das massas no corpo em relação ao eixo de rotação e é tanto maior quanto maior forem as distâncias para o eixo de rotação.

Isso pode ser examinado em experiência mediante o exemplo de um disco rotativo com barra de haltere, na qual numa distância simétrica r para o eixo de rotação são dispostas duas unidades de massa m . Nesse caso o momento de inércia é da ordem de

$$J = J_0 + 2 \cdot m \cdot r^2 \quad (1)$$

J_0 : momento de inércia sem unidades de massa

Se o disco rotativo for acoplado elasticamente com uma mola espiral num suporte, o momento de inércia pode ser determinado pelo período de oscilação do disco rotativo até a sua posição de repouso. Vale

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D_r}} \quad (2)$$

D_r : grandeza teórica do ângulo da mola espiral

Isso significa que o período de oscilação T é tanto maior quanto maior for o momento de inércia J do disco rotativo com a barra de haltere determinado pela massa m e a distância r .




Fig. 1: Arranjo de medição para a determinação do momento de inércia de acordo ao método rotativo-oscilante

LISTA DE APARELHOS

- 1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 230 V
1000782 (U8405680-230)
ou
1 Sistema rotativo de apoio pneumático @ 115 V
1000781 (U8405680-115)
- 1 Conjunto complementar para o sistema rotativo pneumático
1000783 (U8405690)
- 1 Sensor de reflexo laser
1001034 (U8533380)
- 1 Contador digital @ 230 V
1001033 (U8533341-230)
ou
1 Contador digital @ 115 V
1001032 (U8533341-115)

MONTAGEM

- Montar o sistema rotativo pneumático segundo a instrução de operação e alinhar horizontalmente.
- Montar o disco rotativo e a barra de haltere e parafusar a polia.
- Colocar o sensor de reflexo laser sobre a console da unidade ligar / desligar e conectá-lo a entrada 'ligar' do contador digital.
- Ligar o compressor e empurrar o ponteiro da unidade ligar / desligar até a borda do disco de rotação, para que fique prendido.
- Girar o disco de rotação de maneira que o ponteiro indique a posição 0° .
- Deslocar o sensor de reflexão laser de maneira, que a luz penetre pela furação da posição 0° do disco de rotação.
- Montar o suporte angular do conjunto complementar no suporte do sistema rotativo pneumático e fixar a manga em cruz no terminal superior.
- Montar a mola de acoplamento 5 N na manga em cruz e acoplar magneticamente a polia.
- Posicionar a chave seletora do contador digital em T_A / 

EXECUÇÃO

a) Medição sem pesos complementares

- Empurrar a oscilação de rotação e apertar a tecla 'ligar'.
- Ler vários valores para a duração da oscilação e anotar os seus valores meios T na primeira linha da Tab. 1.

b) Medição com pesos complementares

- Enganchar dois pesos complementares $m = 50$ g sobre a barra de haltere simetricamente em distância $r = 30$ mm.
- Determinar o valor meio de vários valores da duração de oscilação e anotar na Tab. 1.
- Aumentar as distâncias r em passos de 20 mm, determinar a cada vez a duração de T e anotar na Tab. 1.
- Registrar as séries de medições análogas para os pesos complementares $m = 25$ e 12,5 g e anotar na Tab. 1.

EXEMPLO DE MEDIÇÃO

Tab. 1: Tabela de medição

| m / g | r / cm | r^2 / cm^2 | T / s | T^2 / s^2 | $J / g m^2$ |
|---------|----------|--------------|---------|-------------|-------------|
| | 0 | 0 | 6,002 | 36,02 | 0,89 |
| 50 | 3 | 9 | 6,310 | 39,81 | 0,98 |
| 50 | 5 | 25 | 6,807 | 46,34 | 1,14 |
| 50 | 7 | 49 | 7,485 | 56,02 | 1,38 |
| 50 | 9 | 81 | 8,320 | 69,22 | 1,70 |
| 50 | 11 | 121 | 9,237 | 85,32 | 2,10 |
| 50 | 13 | 169 | 10,238 | 104,81 | 2,58 |
| 50 | 15 | 225 | 11,294 | 127,54 | 3,14 |
| 50 | 17 | 289 | 12,402 | 153,81 | 3,78 |
| 50 | 19 | 361 | 13,538 | 183,26 | 4,51 |
| 50 | 21 | 441 | 14,683 | 215,59 | 5,30 |
| 25 | 3 | 9 | 6,149 | 37,81 | 0,93 |
| 25 | 5 | 25 | 6,411 | 41,10 | 1,01 |
| 25 | 7 | 49 | 6,770 | 45,83 | 1,13 |
| 25 | 9 | 81 | 7,230 | 52,28 | 1,29 |
| 25 | 11 | 121 | 7,772 | 60,40 | 1,48 |
| 25 | 13 | 169 | 8,365 | 69,97 | 1,72 |
| 25 | 15 | 225 | 9,009 | 81,15 | 2,00 |
| 25 | 17 | 289 | 9,711 | 94,29 | 2,32 |
| 25 | 19 | 361 | 10,423 | 108,64 | 2,67 |
| 25 | 21 | 441 | 11,174 | 124,87 | 3,07 |
| 12,5 | 3 | 9 | 6,074 | 36,90 | 0,91 |
| 12,5 | 5 | 25 | 6,203 | 38,48 | 0,95 |
| 12,5 | 7 | 49 | 6,399 | 40,95 | 1,01 |
| 12,5 | 9 | 81 | 6,653 | 44,27 | 1,09 |
| 12,5 | 11 | 121 | 6,950 | 48,30 | 1,19 |
| 12,5 | 13 | 169 | 7,303 | 53,33 | 1,31 |
| 12,5 | 15 | 225 | 7,673 | 58,88 | 1,45 |
| 12,5 | 17 | 289 | 8,078 | 65,25 | 1,60 |
| 12,5 | 19 | 361 | 8,522 | 72,62 | 1,79 |
| 12,5 | 21 | 441 | 8,995 | 80,91 | 1,99 |

ANÁLISE

Do (2) resulta a equação determinante para o momento de inércia:

$$J = D_r \cdot \frac{T^2}{4\pi^2}$$

Contudo, por agora D_r é desconhecido. Por isso se calcula com a utilização da equação de determinação

$$D_r \cdot \frac{T^2 - T_0^2}{4\pi^2} = J - J_0 = 2 \cdot m \cdot r^2$$

E se obtém com a utilização dos valores destacados em vermelho na tabela de medição

$$\begin{aligned} D_r &= 2 \cdot m \cdot r^2 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2 - T_0^2} \\ &= 2 \cdot 50 \text{ g} \cdot 441 \text{ cm}^2 \cdot \frac{4\pi^2}{215,59 \text{ s}^2 - 36,02 \text{ s}^2} \\ &= 970 \frac{\text{mN} \cdot \text{mm}}{\text{rad}} \end{aligned}$$

Ao incluir este valor na equação de determinação, se logra calcular os valores indicados na última coluna da tabela de medições.

Fig. 2 mostra os assim determinados valores para os momentos de inércia representados em dependência do quadrado da distância r para o eixo de rotação. As retas desenhadas têm as subidas de $2 \times 50 \text{ g}$, $2 \times 25 \text{ g}$ e $2 \times 12,5 \text{ g}$.

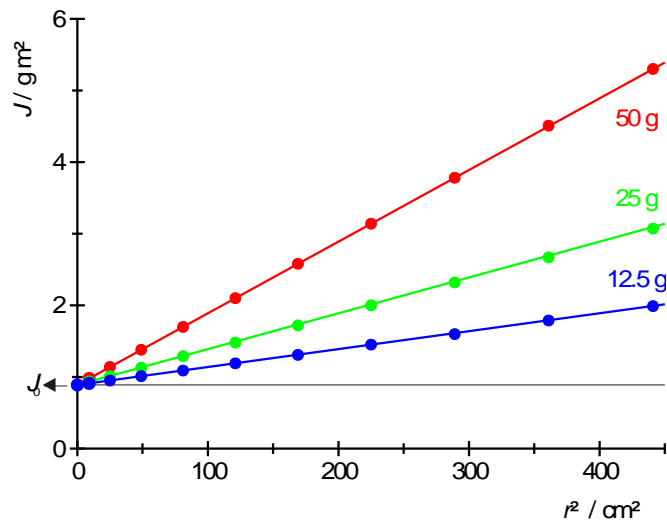


Fig. 2: Momento de inércia J do disco rotativo com barra de haltere para três diferentes pesos complementares m em dependência do quadrado da distância r para o eixo de rotação