3B SCIENTIFIC® PHYSICS

1002656 Pêndulo balístico

Manual de instruções

12/15 MH

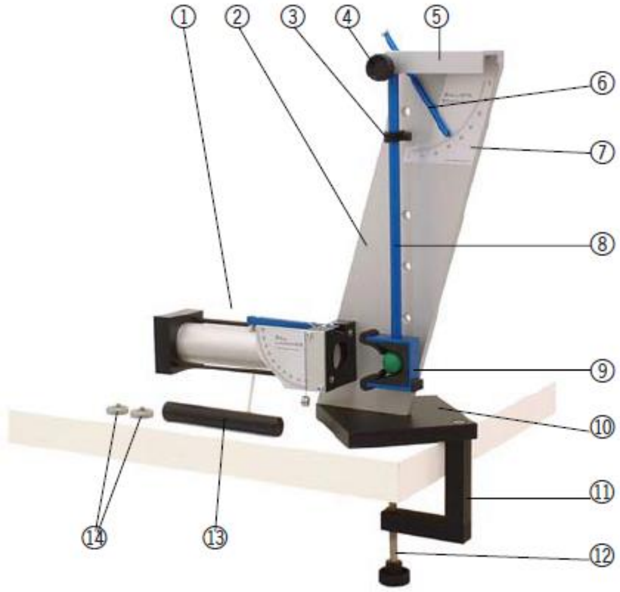

Fig.1: Componentes

1 Dispositivo de lançamento 1002654
2 Placa de suporte
3 Transmissão para o indicador de arraste
4 Parafuso do eixo
5 Apoio do eixo
6 Indicador de arraste
7 Escala angular
8 Pêndulo
9 Receptor de bolas
10 Placa base
11 Pinça de fixação de mesa
12 Parafuso de fixação
13 Vara de carregamento (no 1002654)
14 Pesos adicionais, 2 unidades

1. Indicações de segurança

- Neste manual de instruções será tratado em essência do pêndulo balístico, mas o manual de instruções do dispositivo de lançamento 1002654 também deve ser levado em conta.
- Para comprovar se há uma bola dentro do dispositivo de lançamento e se a mola está tensa, só devem ser utilizadas as perfurações de observação. É terminantemente proibido olhar para dentro do cano pela abertura. Perigo de ferimento!
- Nunca apontar em pessoas!
- Durante as experiências deve-se utilizar óculos de proteção.
- Armazenar o dispositivo de lançamento sempre com a mola distendida e sem bola no cano.

2. Descrição

O pêndulo balístico serve para a determinação experimental da velocidade inicial da bola ao sair do dispositivo de lançamento. Além disso, podem ser determinadas parábolas de lançamento em lançamentos horizontais ou inclinados, sendo que alturas de lançamento de 5, 10, 15, 20 e 30 cm podem ser facilmente ajustadas por meio das perfurações previstas para tal. Graças à extrema leveza do pêndulo, as experiências podem ser realizadas com bolas de plástico comparativamente inofensivas em vez de bolas de metal. Sendo que tanto experiências com as qualidades plásticas (quantitativas) quanto com a colisão elástica (qualitativas) são analisáveis. As velocidades comprovadas nas experiências de lançamento e de pêndulo coincidem tipicamente com desvio de aproximadamente 3%. • Por meio de pesos adicionais podem ser analisadas diferentes forças de impulso com velocidade constante da bola.

3. Utilização e manutenção

- Primeiro deve-se fixar o pêndulo balístico numa mesa de trabalho estável. Logo, aparafusa-se o dispositivo de lançamento na horizontal antes do pêndulo como é mostrado na Fig. 1, ou por trás na placa de suporte (2) commo na Fig. 3. **Dica:** se a mesa de trabalho não for suficientemente estável, pode ocorrer que ao aplicar o golpe mais forte do pêndulo, que a própria força do mesmo ao bater afete o dispositivo de lançamento e leve a um desajuste do indicador de arraste. Neste caso, o pêndulo deverá ser agarrado com a mão.
- O carregamento com uma bola sempre ocorre com a mola distendida, colocando-se a bola solta no interior do cilindro de material plástico. Depois, empurra-se a bola no cano com a vara de carregamento até atingir-se a tensão de mola desejada. A vara de carregamento deve ser retirada lentamente, já que senão a aspiração ao retira-la poderia levar a bola junto. O controle da posição da bola só deve acontecer pelas perfurações de observação laterais. Nunca olhe para dentro do cano!
- Antes do lançamento deve-se garantir que não se encontrem pessoas na linha de vôo. Para efetuar o lançamento, puxa-se a corda da alavanca de lançamento, sendo que deve-se puxar a corda na perpendicular da alavanca de lançamento.
- O pêndulo (8) pode ser desmontado soltando o parafuso de eixo (4), girando em 180° para voltar monta-lo com as partes traseira do receptor de bolas (9) virado para o dispositivo de lançamento (experiências com a colisão elástica). O apoio do eixo (5) é construído de modo que com o parafuso de eixo só levemente apertado ele fica pendurado meio inclinado, pelo que o receptor de bola não de encontra exatamente na abertura o dispositivo de lançamento. Por isso deve-se apertar o parafuso de eixo até que o receptor de bolas e a abertura coincidam.
- Após a inversão do pêndulo, ou caso seja necessário, deve-se ajustar o transmissor (3) para o indicador de arraste (6) de modo que ele apenas toque o indicador de arraste quando estiver em repouso. O parafuso do transmissor só deve ser girada com os dedos para evitar esforço excessivo na barra do pêndulo.
- **Manutenção:** o pêndulo balístico, em princípio, não precisa de manutenção. Caso seja necessário pode-se utilizar um pouco de gordura não ácida (vaselina) no parafuso de eixo (4) e no parafuso de fixação (12). Com excepção da área da escala podese limpar, conforme o caso, com acetona, álcool caseiro ou benzina caseira. A imersão na água deve ser evitada.

4. Execução e análise da experiência

4.1 Pêndulo balístico

4.1.1. Montagem da experiência

- A montagem da experiência corresponde à ilustr. 1 para experiência com colisão elástica. Para experiências com a colisão elástica, deve-se girar o pêndulo em 180° (comparar parágrafo “utilização”).

4.1.2. Execução da experiência

- Durante as experiências, é de utilidade anotar o número da experiência, a tensão da mola (1, 2 ou 3), o tipo de colisão (plástica “p” ou elástica “e”), o número de pesos adicionais utilizados, assim como o valor angular medido φ. Para se obter resultados o mais precisos possível, deve-se efetuar um outro lançamento após o primeiro onde o indicador de arraste não tenha sido levado previamente ao 0°. Deste modo são reduzidas as inevitáveis perdas por atrito do indicador de arraste. • Exemplo de uma série de experiências:

N°	**Tensão da mola**	**Tipo de colisão**	**Pesos adicionais**	**Ângulo φ**
1	1	*p*	0	17,5
2	2	*p*	0	25,0
3	3	*p*	0	36,0
4	1	*p*	2	9,5
5	2	*p*	2	13,5
6	3	*p*	2	19,0
7	1	*e*	0	29,5
8	2	*e*	0	42,0
9	3	*e*	0	60,0

4.1.3. Análise da experiência

4.1.3.1 Colisão plástica

Para o pêndulo em oscilação é válida a Lei de conservação da energia na forma

$$E_{pot} = E_{kin} \quad (1)$$

sendo válido para a energia potencial

$$E_{pot} = m_{tot} \cdot g \cdot \Delta h \quad (2)$$

Aqui é m_{tot} a massa total do pêndulo incluindo a bola e, se for o caso, os pesos adicionais, g é a aceleração da gravidade da terra e Δh é a diferença de altura do centro de gravidade do pêndulo entre a posição de repouso e a oscilação máxima.

Com o ângulo φ medido e o comprimento de centro de gravidade medido l_s, conforme a Fig. 2 resulta:

$$\Delta h = l_S \cdot (1 - \cos\varphi) \quad (3)$$

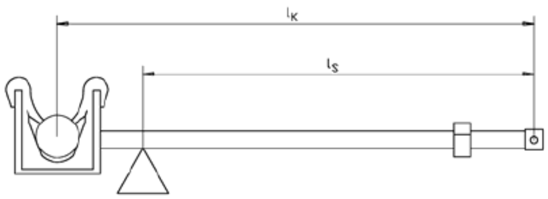

Fig. 2: sobre o cálculo dos comprimentos necessários. A distância "centro de gravidade - ponto de rotação" (l_s) deve ser medida incluindo a bola e os pesos adicionais para o cálculo da colisão plástica. Para a medição, o pêndulo pode ser balanceado com uma régua colocada de pé, por exemplo. A distância "centro da bola - ponto de rotação" é de l_K = 280 mm.

A energia cinética é calculada com o momento de inércia I_{tot} relativa ao ponto de rotação do pêndulo e à velocidade angular máxima ω conforme:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot I_{tot} \cdot \omega^2 \quad (4)$$

Se as equações 2 e 4 são aplicadas a equação 1 e Δh é eliminado pela equação 3, então decorre, após reformulação:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m_{tot} \cdot g \cdot l_s \cdot (1 - \cos\varphi)}{I_{tot}}} \quad (5)$$

O que se procura, no entanto, não é ω, mas é a velocidade inicial da bola v_0. A relação entre as duas grandezas resulta da Lei de conservação do impulso rotativo imediatamente antes e depois da colisão:

$$L_K = L_{tot} \quad (6)$$

com o impulso da bola

$$L_K = m_K \cdot l_K \cdot v_0 \quad (7)$$

antes da colisão e do impulso total

$$L_{tot} = I_{tot} \cdot \omega \quad (8)$$

após a colisão. Aplicação da equação 7 e 8 na equação 6 resulta em

$$m_K \cdot l_K \cdot v_0 = I_{tot} \cdot \omega \quad (9)$$

Isto resolvido conforme ω e igualado pela equação 5 leva à relação procurada

$$v_0 = \frac{1}{m_K l_K} \cdot \sqrt{2 I_{tot} m_{tot} g l_s (1 - \cos\varphi)} \quad (10)$$

O momento de inércia é em princípio calculável segundo

$$I_{tot} = \int_m l^2 dm \quad (11)$$

sendo que l é a distância de cada elemento de massa dm do ponto de rotação. Já que aqui o objetivo da observação não é a determinação de momentos de inércia, I_{tot} pode-se calcular também a partir da duração do percurso do pêndulo T (com bola e conforme o caso, pesos adicionais). Para um pêndulo físico é válido para pequenas oscilações:

$$I_{tot} = m_{tot} g l_s \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad (12)$$

Com isto, todas as grandezas necessárias são conhecidas ou calculáveis. Para exemplo acima, com m_K = 0,00695 kg resulta:

N°	**m_{tot} em kg**	**l_s em m**	**T em s**	**v_0 em m/s**
1	0,06295	0,218	1,01	3,39
2	0,06295	0,218	1,01	4,82
3	0,06295	0,218	1,01	6,88
4	0,09795	0,252	1,07	3,51
5	0,09795	0,252	1,07	4,98
6	0,09795	0,252	1,07	6,99

Os valores numéricos devem ser calculados individualmente para cada pêndulo, já que desvios podem ocorrer dentro da tolerância do material e da fabricação.

4.1.3.2 Colisão elástica

Para o pêndulo em oscilação após a colisão continua válida a equação 5 com a diferença que aqui, deve-se levar em conta o momento de inércia do pêndulo sem bola I_P, mas caso couber, com os pesos adicionais (massa pendular m_P):

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \cdot m_p \cdot g \cdot l_s \cdot (1-\cos\varphi)}{I_p}} \qquad (13)$$

Para calcular a relação entre ω e a velocidade inicial v_0 dispõe-se agora da Lei de conservação do impulso rotativo e a Lei de conservação da energia, cada uma imediatamente antes e depois da colisão. A equação a seguir também é necessária, já que o sistema tem ainda mais uma variável: a velocidade da bola v_2 após a colisão. Analogamente à equação 9, resulta para o impulso rotativo:

$$m_K \cdot l_K \cdot v_0 = m_K \cdot l_K \cdot v_2 + I_p \cdot \omega$$
$$\Leftrightarrow \qquad (14)$$
$$v_2 = v_0 - \frac{I_p \cdot \omega}{m_K \cdot l_K}$$

Se esta velocidade v_2 é aplicada na Lei de conservação da energia

$$\frac{1}{2} m_K \cdot v_0{}^2 = \frac{1}{2} m_K \cdot v_2{}^2 + \frac{1}{2} I_p \cdot \omega^2 \qquad (15)$$

resulta então, após algumas reformulações, o valor para

$$v_0 = \frac{1}{2}\omega l_K \left(1 + \frac{I_p}{m_K l_K{}^2}\right) \qquad (16)$$

Se aqui for ainda aplicada a equação 13 e I_P determinado de forma análoga à equação 12, então é v_0 calculável para uma colisão completamente elástica para m_K = 0,00695 kg:

N°	***m*$_p$ em kg**	***l*$_s$ em m**	***T* em s**	***v*$_0$ em m/s**
7	0,056	0,211	1,008	2,88
8	0,056	0,211	1,008	4,05
9	0,056	0,211	1,008	5,65

Estes valores para v_0 são menores em aprox. 18% do que os calculados na colisão elástica, o que leva a concluir que a colisão não ocorre de forma totalmente elástica.

4.2 Cálculo de parábolas de lançamento

4.2.1. Montagem da experiência

Uma montagem possível está representada de forma esquemática na ilustração 3 (não proporcional). As perfurações na placa suporte do pêndulo estão previstas para que ao lançar, resultem alturas de lançamento diretamente acima da placa suporte de 50, 100, 150, 200 e 300 mm.

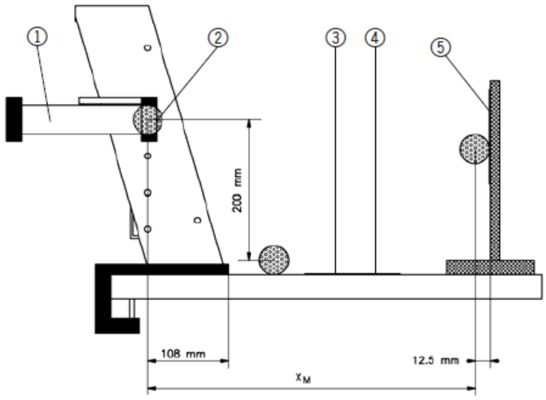

Fig. 3 montagem da experiência, legenda: (1) dispositivo de lançamento, (2) posição de lançamento da bola, (3) papel, (4) papel carbono, (5) por exemplo, suporte de quadro com quadro branco

No caso de um lançamento contra uma parede vertical deve-se deduzir o raio da bola (1,25 cm) da distância horizontal „ponto de lançamento até parede“ para se manter o valor de distância medido x_M. O valor medido de altura y_M relativa à altura de lançamento resulta da distância "ponto de colisão na parede até mesa de trabalho" menos 62,5 mm, 112,5 mm, 162,5 mm, 212,5 mm ou 312,5 mm, conforme a perfuração utilizada.

4.2.2. Execução da experiência

Durante as experiências, é de utilidade anotar o número da experiência, a tensão da mola (1, 2 ou 3), o ângulo de lançamento, assim como os valores x_M e y_M. Exemplo para ângulo de lançamento $\varphi = 0°$:

N°	**Tensão da mola**	**Distância do lanç. x_M em cm**	**Altura do alvo y_M em cm**
1	1	171,3	-30
2	2	125,4	-30
3	3	86,9	-30
4	1	62,3	-15
5	2	90,5	-15
6	3	120,7	-15

4.1.3. Análise da experiência

A origem do sistema de coordenadas é colocada por praticidade no centro da bola no momento do lançamento. Então é válido:

$$v_x = v_0 \cos\varphi \quad (17)$$

$$v_y = v_0 \sin\varphi \quad (18)$$

$$y = v_y t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (19)$$

$$x = v_x t \quad (20)$$

Da equação 20 decorre diretamente $t = x / v_X$, com o que o tempo pode ser eliminado na equação 19.

Se ainda por meio das equações 17 e 18 forem eliminados os valores v_X e v_Y contidos na equação assim obtida, obtém-se com

$$y = x \tan\varphi - x^2 \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi} \quad (21)$$

a equação da parábola do lançamento.

Nesta equação só a velocidade inicial v_0 ainda é desconhecida, já que os percursos x e y foram medidos durante a experiência. Sendo v_0 determinada para as diferentes experiências, resulta:

Tensão da mola	**v_0 em m/s**
1	3,53
2	5,10
3	6,85

Estes valores numéricos estão baseados num total de 25 experiências, das quais só 6 são citadas explicitamente acima. Com estes valores podem agora serem calculadas as parábolas de lançamento conforme a equação 21 e os valores medidos podem ser comparados. O resultado está representado na figura 4.

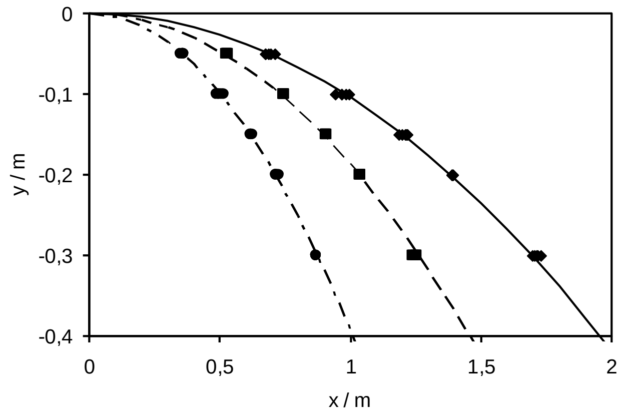

Fig. 4 comparação dos valores medidos e calculados, x = distância do vôo, y = altura do vôo, símbolos, valores medidos (círculos = tensão de mola 1, quadrados = tensão de mola 2, losangos = tensão de mola 3), linhas = parábolas calculadas