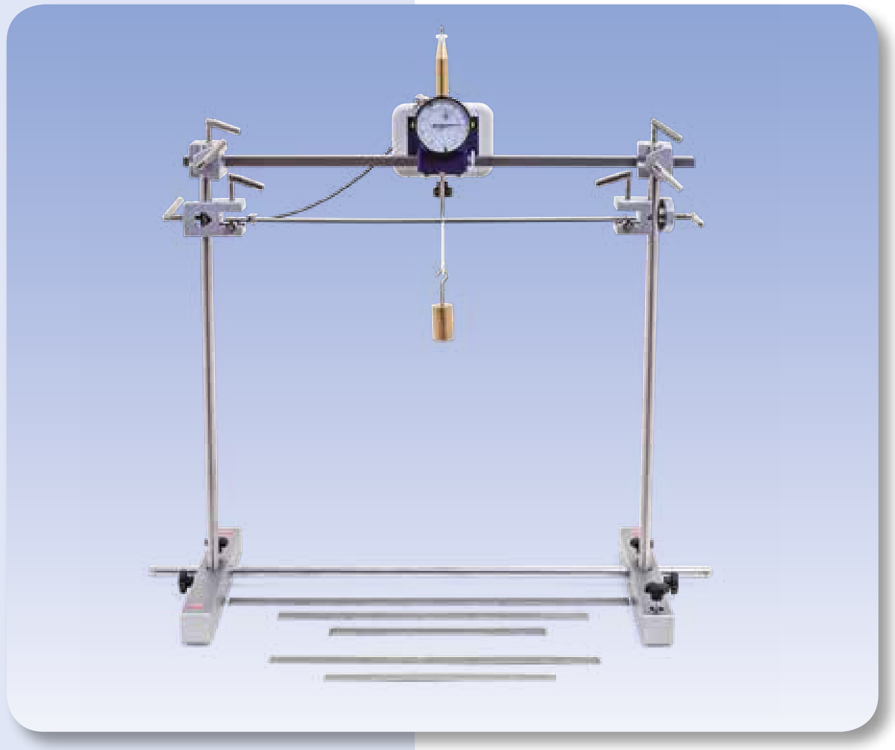
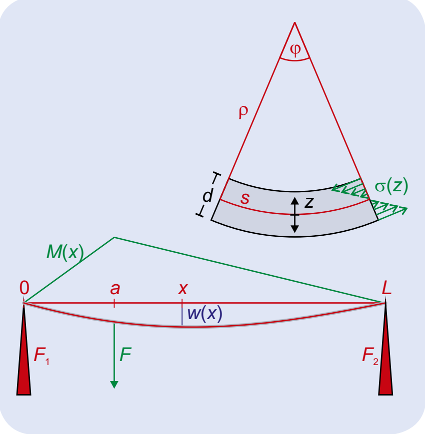
UE1090200 ARQUEAMENTO DE BARRA CHATA





OBJETIVO

Medição da deformação de barra chata com apoios em ambos os lados e determinação de módulo de elasticidade

TAREFAS

- **Medição do perfil de deformação com carga cêntrica e excêntrica.**
- **Medição da deformação em dependência da força.**
- **Medição da deformação em dependência do comprimento, da largura, da espessura e do material e determinação do módulo de elasticidade.**

RESUMO

A resistência de uma barra chata contra o arqueamento causado por força externa pode ser calculada analiticamente quando a deformação é claramente menor que o comprimento da barra. Ela é proporcional ao módulo de elasticidade *E* do material da barra. Na experiência, o módulo de elasticidade do aço e do alumínio é determinado por meio da medição da deformação por força conhecida.

APARELHOS NECESSÁRIOS

Número	Instrumentos	Artigo Nº
1	Aparelhagem de medição módulo de elasticidade	U8557260
1	Conjunto de extensão módulo de elasticidade	U8557270
1	Fita métrica, 2 m	U10073
1	Micrômetro de rosca com arco	U10070

Informações técnicas sobre os dispositivos, consulte 3bscientific.com

2

FUNDAMENTOS GERAIS

A resistência de uma barra chata contra o arqueamento causado por força externa pode ser calculada analiticamente quando a deformação é claramente menor que o comprimento da barra. Ela é proporcional ao módulo de elasticidade *E* do material da barra. Portanto, é possível determinar o módulo elástico a partir da deformação da barra com força conhecida.

Para o cálculo, divide-se a barra em fibras paralelas que, em caso de arqueamento, são comprimidas no lado de dentro e dilatadas no lado de fora. A fibra neutra não é comprimida nem dilatada, enquanto a dilatação ou compressão relativa ε das demais fibras e a tensão relacionada σ dependem da distância *z* em relação à fibra neutra:

(1) $$\varepsilon(z) = \frac{s+\Delta s(z)}{s} = \frac{z}{\rho(x)} \quad \text{e} \quad \sigma(z) = E \cdot \varepsilon(z)$$

$\rho(x)$: raio local de curvatura do arqueamento

Para a curvatura, portanto, o momento de torsão local

(2) $$M(x) = \int_A \sigma(z) \cdot z \cdot \mathrm{d}A = \frac{1}{\rho(x)} \cdot E \cdot I$$

precisa ser aplicado ao $I = \int_A z^2 \cdot \mathrm{d}A$: momento de inércia.

Como alternativa para o raio de curvatura $\rho(x)$, na experiência, é medido o perfil de deformação $w(x)$ da fibra neutra a partir do repouso, o que pode ser calculado conforme segue. Enquanto as alterações $\mathrm{d}w(x)$ / $\mathrm{d}x$ da deformação forem suficientemente pequenas, vale a relação

(3) $$\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2}(x) = \frac{1}{\rho(x)} = \frac{M(x)}{E \cdot I},$$

a partir do qual se obtém o perfil de deformação por integração dupla.

Um exemplo típico é a observação de uma barra apoiada em ambas as extremidades com comprimento *L*, puxada para baixo por uma força *F* para baixo. No ponto de equilíbrio, a soma de todas as forças de ataque é zero:

(4) $$F_1 + F_2 - F = 0$$

O mesmo vale para a soma de todos os momentos que agem em local aleatório *x* da barra:

(5) $$M(x) - F_1 \cdot x - F_2 \cdot (L - x) + F \cdot (a - x) = 0$$

Nas extremidades da barra, não são causadas curvaturas nem deformações, portanto, vale $M(0) = M(L) = 0$ e $w(0) = w(L) = 0$. Com isto, $M(x)$ está plenamente determinado:

(6) $$M(\zeta) = \begin{cases} F \cdot L \cdot (1-\alpha) \cdot \zeta; & 0 \le \zeta \le \alpha \\ F \cdot L \cdot \alpha \cdot (1-\zeta); & \alpha < \zeta \le 1 \end{cases}$$

$$\text{com} \quad \zeta = \frac{x}{L} \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{a}{L}$$

E, por meio de integração dupla, obtém-se o perfil de deformação

(7) $$w(\zeta) = \begin{cases} \frac{F \cdot L^3}{E \cdot I} \cdot \left[(1-\alpha) \cdot \frac{\zeta^3}{6} - \left(\frac{\alpha^3}{6} - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{\alpha}{3} \right) \cdot \zeta \right] \\ \frac{F \cdot L^3}{E \cdot I} \cdot \left[\frac{\alpha^3}{6} - \left(\frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha}{3} \right) \zeta + \frac{\alpha}{2} \cdot \zeta^2 - \frac{\alpha}{6} \zeta^3 \right] \end{cases}$$

Seu curso é comprovado na experiência com carga cêntrica ($\alpha = 0{,}5$) e excêntrica ($\alpha < 0{,}5$).

AVALIAÇÃO

Com carga cêntrica, vale $w\left(x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2}\right) = -\frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$

Para um retângulo de largura *b* e altura *d*, calcula-se

$$I = \int_A z^2 \cdot \mathrm{d}A = \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} z^2 \cdot b \cdot \mathrm{d}z = \frac{d^3}{12} \cdot b$$

Então, vale $w\left(x = \frac{L}{2}, a = \frac{L}{2}\right) = -\frac{1}{4} \cdot \frac{F}{E} \cdot \frac{L^3}{d^3} \cdot \frac{1}{b}$

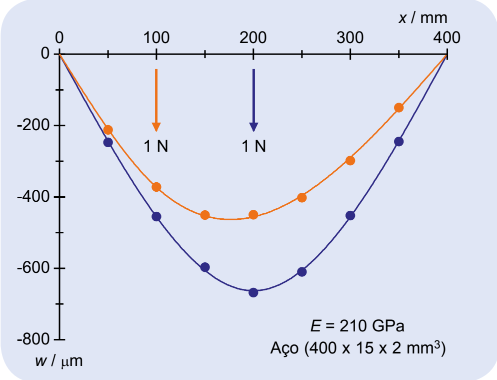


Fig. 1: Perfil de deformação medido e calculado com carga cêntrica e excêntrica

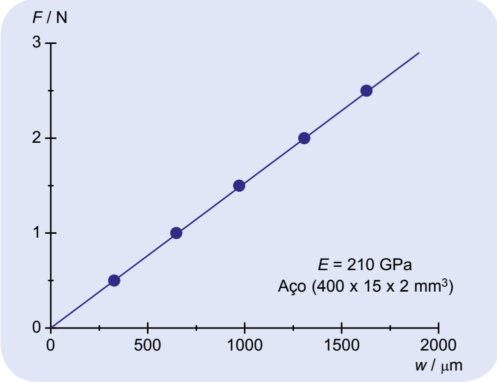


Fig. 2: Confirmação da Lei de Hooke

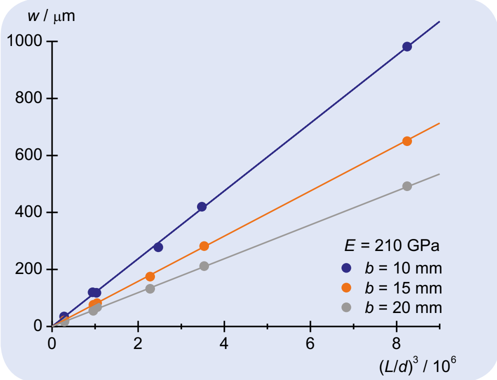


Fig. 3: Dependência da deformação de $(L/d)^3$

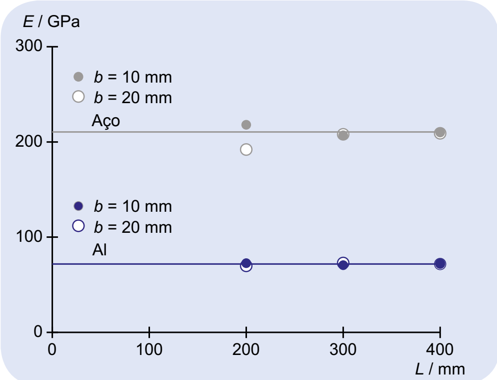


Fig. 4: Módulo de elasticidade do aço e alumínio